

# 陽子—原子核衝突による中間子 $\pi^+$ と $\pi^-$ との生成比<sup>\*</sup>

柳 瀬 安 生 ・ 植 松 一 郎

Production Ratio of Mesons  $\pi^+$  and  $\pi^-$  produced by  
Proton-Nucleus Collision

By

Yasuo YANASE and Ichirō UEMATSU

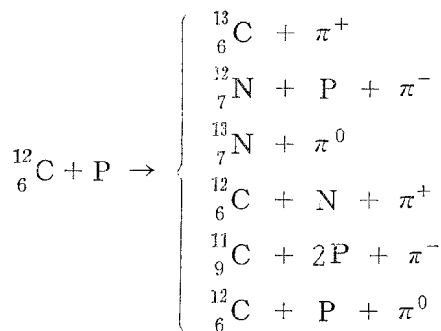
This paper, the continuance of the paper already published, is devoted to the reserch of the production ratio of produced charged mesons  $\pi^+$  and  $\pi^-$ , and the comparison with experiments.

The recoil of the residual nucleus at the time of the pion production, Coulomb interaction between the residual nucleus and the produced charged pion and the shift from the plane wave of two nucleons directly concerned in the  $\pi^\pm$  production in the final state, each of which were not taken into account in the preceding paper, are all considered here.

## § 1. 序 論

陽子—原子核衝突による  $\pi^\pm$  中間子生成を取扱うこのノートでは入射陽子のエネルギーが 350 Mev, 生成中間子の観測エネルギーとして 13 Mev, 18 Mev, 42 Mev 程度の範囲を問題にしますので impulse 近似が使えますし, 核子に依る  $\pi^\pm$  の散乱断面積は吸収断面積より充分小さいと考えることが出来ます<sup>1)</sup>。その上核表面での  $\pi^\pm$  生成の方が核内部での  $\pi^\pm$  生成より多いと考えられますので, 論文 I<sup>2)</sup> と同じように表面生成の考え方に基づきます。

陽子—原子核衝突に依る  $\pi^\pm$  中間子生成に就いては, 核反応として, 例えば



のように種々のモードのものが現れることを考慮に入れなければならないと云う困難, 又核子

\* 水産講習所研究業績 第173号

——核子衝突に依る  $\pi^\pm$  中間子生成に対して満足な説明を与える理論が存在しないと云う事のために、今迄理論的に取扱つたものは殆んど見られない状態です。

此処では先づ核子——核子衝突による  $\pi^\pm$  中間子生成の行列要素は生成  $\pi^\pm$  中間子のエネルギーにはそう強く依存しないと仮定します。又行列要素の計算に際して終期状態が  $\pi^\pm$  中間子生成に与かつた2核子と生成された  $\pi^\pm$  中間子、及び残当核から成つてるとし、実際の観測にかかる種々の終期状態は、それ以後の反応で作られるのだと考える事にします。こうした考え方をしますと行列要素の計算の際の終期状態は恰も中間状態のように思われるのですが、それらの中実際に実現するものだけを選択するために、エネルギー・運動量の保存が成立するものだけを取ることにします。エネルギー・運動量の保存は生成された  $\pi^\pm$  中間子の運動量が指定されますと簡単に扱う事が出来ます。此の際に残当核の反跳が考慮に入れます。

§.2. では生成荷電中間子に対する核からの Coulomb 効果を問題にします。勿論 I の考え方に基いて、これは core と  $\pi^\pm$  中間子との間の Coulomb 相互作用であるとし、 $\pi^\pm$  中間子の観測エネルギーに対する Coulomb ポテンシャルの補正を行います。§.3. では  $\pi^\pm$  中間子生成の kinematics が取扱われ、§.4. で  $\pi^\pm$  生成に与かつた2核子の終期に於いての平面波からのずれに伴う補正——final interaction——、及びこうして生成される  $\pi^\pm$  中間子と  $\pi^\mp$  中間子との生成比の計算が進められます。§.5. は実験<sup>3)-6)</sup>との比較、討論に使われます。

## § 2. Coulomb ポテンシャルによる効果

$\pi^\pm$  生成の際、実験では生成に与かるターゲットから充分遠い核外に於いての  $\pi^\pm$  中間子のエネルギーを観測するのであつて、実際に  $\pi^\pm$  が創られた時のエネルギーを観測しているのではありません。I でも触れましたように、 $\pi^\pm$  中間子が核で創られて飛び出す時、それに作用する Coulomb 相互作用のために  $\pi^+$  は加速され、 $\pi^-$  は減速されます。観測にかかつて来るのは実は此の加速され或は減速された生成中間子  $\pi^\pm$  ですから、当然ここで此の Coulomb 相互作用に依る補正を行わなければなりません。

所で  $\pi^\pm$  中間子の Compton 波長は核半径に比べて充分小さく、粒子像を用いて計算を進めて差支えありません<sup>1)</sup>。観測値を今  $E$  MeV としますと、実際生成された瞬間のエネルギーは  $\pi^+$  中間子の場合  $(E-V)$  MeV、 $\pi^-$  中間子の場合  $(E+V')$  MeV となります。ここに  $V$  は Coulomb ポテンシャルに依つて加速された分のエネルギー、 $V'$  は同じく減速された分のエネルギーです。此の考えは T. Kinoshita<sup>7)</sup> の論文によりますが、そこに於いての  $V$ 、 $V'$  の推定は可成り大き過ぎて、例えば入射陽子のエネルギーを 350 MeV とした場合  $^{208}\text{Pb}$  からは 13 MeV の  $\pi^+$  は観測出来ないこととなります。

実際には  $\pi^\pm$  中間子が創られる位置に於ける核の Coulomb ポテンシャルを考えれば良いわけです。電子に依る遮蔽を考慮して、原子の Coulomb ポテンシャルは  $a$  を原子半径として

$$Ze^2 \frac{e^{-r/a}}{r} \cong Ze^2 \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right] \quad (1)$$

で与えられます。我々は surface production の考えの上に立っていますから、残当核の電荷として、有効電荷

$$Z' = (1-\tau)Z \quad (2)$$

$$\tau = \left[ 1 + \frac{2}{3} (2M\varepsilon)^{1/2} \frac{r_0}{\hbar} \right]^{-1} \quad (3)$$

但し,  $\varepsilon$ : 核子の平均の結合エネルギー

$M$ : 核子の質量,  $r_0$ : core 半径

を用いることにしますと, 生成  $\pi^\pm$  中間子に働らく有効 Coulomb ポテンシャルとして

$$\begin{aligned} V_c &\equiv Z' e^2 \frac{e^{-r_0/a}}{r_0} \\ &\equiv Z' e^2 \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{a} \right) \equiv Z' e^2 \frac{1}{r_0} \end{aligned} \quad (4)$$

が得られます。

後程で行う実験との比較のために, 今

$$r_0 = 1.2 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm},$$

$$\varepsilon = 8 \text{ MeV},$$

$$Mc^2 = 937 \text{ MeV}$$

と置いて

	$^9\text{Be}$	$^{12}\text{C}$	$^{27}\text{Al}$	$^{63}\text{Cu}$	$^{107}\text{Ag}$	$^{208}\text{pb}$
$\tau$	0.491	0.467	0.401	0.336	0.297	0.253
$V_c$ (MeV)	1.17	1.67	3.10	5.76	8.32	12.35

を用意しておきます。

さて surface production によつて実際に創られる荷電中間子のエネルギーは  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  の観測エネルギーを夫々  $E_{q(+)}$  及び  $E_{q(-)}$  としますと, 実験室系で夫々  $(E_{q(+)} - V_c)$  及び  $(E_{q(-)} + V_c)$  となります。

### § 3. $\pi^\pm$ 生成の Kinematics

簡単化のために single production として考えることにし, impulse 近似の枠内で出来るだけ厳密にエネルギー・運動量保存を取扱い,  $\pi^\pm$  生成の際の kinematics をしらべます。

最初, より便利な重心静止系で考えます。入射陽子のエネルギーが相等大きいのですから反応に有用なエネルギー及び運動量の計算は相対論的に取扱い, 最終状態については計算を簡単にするため非相対論的に扱うことにします。勿論こうした方法をとつても大きな間違いが起らないからです。

重心静止系の有用な運動エネルギー  $Q$  を実験室系の量で表わしますと

$$Q = \sqrt{(A+1)^2 M^2 c^4 + 2A\varepsilon_0 Mc^2} - (A+1) Mc^2 \quad (5)$$

となります。ここで  $A$  はターゲット核の質量数,  $\varepsilon_0$  は入射陽子の実験室系に於ける運動エネルギーです。

ここで問題にされている反応は, 核子を  $N$  で表わしますと



で、終期状態は核子2個と $\pi$ 中間子1個そしてターゲット核より質量数が1だけ小さい残留核から成っています。§.1. で述べました様に此のノートは、上述の反応が行われている間は反応に与る2核子に対して外部からは一定の場が働くだけであり、この反応の終了後初めて他の核子からの相互作用を受け実験に観測されるような種々の状態になるのだと云う考え方を採っています。そこで $\pi^\pm$ 生成後の2核子は終期状態で当然平面波からずれた形になつていなければなりません。この平面波からのずれを表わすために必要な2核子の相対エネルギーを求めます。

重心系で有用な運動エネルギーは式(5)で既に与えられていますから、終期状態にある4体の運動エネルギーの和 $E$ は

$$E = Q - \mu c^2 - \varepsilon \quad (6)$$

となります。ここに $\mu$ は $\pi^\pm$ 中間子の質量、 $\varepsilon$ は2段階に分けた反応の後の段階で反応の種々のモードを考える際便利な様に、衝突を受ける核子を一応自由にして置くために差引く核子1個当りの平均の結合エネルギーです。

今、終期状態での4粒子系を重心系で非相対論的に扱うことにします。 $\pi^\pm$ 中間子の運動量を $\mathbf{q}$ 、2核子の運動量を夫々 $\mathbf{p}_1$ 、 $\mathbf{p}_2$ 、残留核のそれを $\mathbf{p}$ としますと、運動量保存則より

$$\mathbf{p} + \mathbf{q} + \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0 \quad (7)$$

を得ます。 $\mathbf{p}_1$ と $\mathbf{p}_2$ とは、その2核子の質量が等しいことから

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 &= \mathbf{a} + \mathbf{b}, & \mathbf{p}_2 &= \mathbf{a} - \mathbf{b}, \\ & & \mathbf{a} &\perp \mathbf{b} \end{aligned} \quad (8)$$

ととることが出来ます。これから

$$\mathbf{a} = -\frac{(\mathbf{p} + \mathbf{q})}{2}, \quad \mathbf{b} = \frac{\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2}{2} \quad (9)$$

を得ます。

そこで終期状態での2核子間の相対エネルギー $E_{1-2}$ は、エネルギー保存則より

$$\begin{aligned} E_{1-2} &= \frac{(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2}{4M} \\ &= \frac{\mathbf{b}^2}{M} \\ &= E - \left\{ E_r + E_\mu + \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2}{4M} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

となります。但し $E_r$ は残留核の、 $E_\mu$ は $\pi^\pm$ 中間子の運動エネルギーを現わします。

#### § 4. $\pi^+$ と $\pi^-$ との生成比

陽子—核衝突によつて創られる $\pi^+$ と $\pi^-$ の生成比として

$$\frac{d\sigma_A(\pi^+)}{d\sigma_A(\pi^-)} = \frac{Z d\sigma_{P-P} + \frac{A-Z}{2} d\sigma_{P-N}}{\frac{A-Z}{2} d\sigma_{P-N}} \cdot \frac{dT_{(+)} d\Omega_q}{dT_{(-)} d\Omega_q} \quad (11)$$

が得られることを I は示めました。指数の +, - は  $\pi$  中間子の電荷を表わします。ところで式 (11) が導き出された過程では生成  $\pi^{\pm}$  中間子と残核との間の Coulomb 相互作用, final interaction はすべて考慮外に居かれています。

先づ §. 2. で考えられた Coulomb 相互作用を考慮しますと式 (11) は

$$\frac{d\sigma_A(\pi^+)}{d\sigma_A(\pi^-)} = \frac{2Z d\sigma_{P-P} + (A-Z) d\sigma_{P-N} \left[ \frac{E'_{q(+)} - V'_c}{E'_{q(-)} + V'_c} \right]^{3/2}}{(A-Z) d\sigma_{P-N}} \quad (12)$$

となります。但し  $E'_{q(+)}$ ,  $E'_{q(-)}$ , 及び  $V'_c$  は §. 2. で求めた  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  中間子の夫々の観測エネルギー  $E_{q(+)}$ ,  $E_{q(-)}$ , 及び Coulomb 効果に基づくエネルギー  $V_c$  を夫々重心静止系の値に直したものです。

次に final interaction を考慮に入れることにします。それには微分断面積  $d\sigma_{P-P}$  及び  $d\sigma_{P-N}$  の行列要素を問題にすればいいわけです。  $d\sigma_{P-P}$ ,  $d\sigma_{P-N}$  の計算に際し, 2核子の終期状態では S 波が優勢を占めていると考え, S 波だけに眼をつけることにしますと, P-P の場合には終期状態は  $^3S$ , P-N の場合には  $^1S$  が許されますので, Brueckner の論文<sup>8)</sup> により行列要素に夫々  $\psi_t(0)$ ,  $\psi_s(0)$  が因子として掛るだけであることが判ります。これら  $\psi_t(0)$ ,  $\psi_s(0)$  はその相対座標が零近傍にある終期の 2核子の三重及び一重状態を表わす波動関数です。即ち

$$\begin{aligned} \psi_t(0) &= \lim_{r \rightarrow 0} \psi_t(r) \\ \psi_s(0) &= \lim_{r \rightarrow 0} \psi_s(r) \end{aligned} \quad (13)$$

で,  $\psi_t(r)$ ,  $\psi_s(r)$  は夫々

$$(H_0 + V_{t,s}) \psi_{t,s}(r) = \frac{\mathbf{b}^2}{M} \psi_{t,s}(r)$$

を満足します。従つて

$$\psi_{t,s}(0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sin \left[ \left( m \left( V_{t,s} - \frac{\mathbf{b}^2}{M} \right) \right)^{1/2} r \right]}{r \left( m \frac{\mathbf{b}^2}{M} \right)^{1/2}} = \left[ \frac{V_{t,s} - \frac{\mathbf{b}^2}{M}}{\frac{\mathbf{b}^2}{M}} \right]^{1/2} \quad (15)$$

となります。但し  $m$  は 2核子の換算質量です。

かようにして Coulomb 相互作用と final interaction とを考慮した結果は

$$\frac{d\sigma_A(\pi^+)}{d\sigma_A(\pi^-)} = \frac{2Z \iint \left| \frac{V_t - \frac{\mathbf{b}^2}{M}}{\frac{\mathbf{b}^2}{M}} \right| d\mathbf{p} + (A-Z) \iint \left| \frac{V_s - \frac{\mathbf{b}^2}{M}}{\frac{\mathbf{b}^2}{M}} \right| d\mathbf{p}}{(A-Z) \iint \left| \frac{V_s - \frac{\mathbf{b}^2}{M}}{\frac{\mathbf{b}^2}{M}} \right| d\mathbf{p}}$$

$$\times \left( \frac{E'_{a(+)} - V'_c}{E'_{a(-)} + V'_c} \right)^{3/2} \quad (16)$$

となります。但し

$$\iint \left| \frac{V - \frac{b^2}{M}}{\frac{b^2}{M}} \right| d\mathbf{p} = \iint \left| \frac{V - \frac{b^2}{M}}{\frac{b^2}{M}} \right| p^2 dp \sin \theta d\theta \quad (17)$$

です。 $\varphi$  方向は共通で分母，子で消えますから省略しています。従つて角  $\theta$  は 0 から  $\pi$  迄です。 $p$  に就いての積分は 0 から  $p_{\max}$  迄で

$$p_{\max} = \left[ \frac{2m \left\{ (2M + \mu) E_{1-2} + \frac{E_{1-2}^2}{2} \right\}^{1/2}}{m + E_{1-2} + (2M + \mu)} \right]^{1/2}$$

であります。

Coulomb ポテンシャルによる効果を考慮した場合の  $\pi^+$  と  $\pi^-$  との生成比，及び更に final interaction をも考慮した場合のその生成比を生成中間子  $\pi^\pm$  のエネルギーが夫々 13 MeV, 18 MeV, 42 MeV の3つの場合について計算します。ポテンシャル  $V_t, V_s$  としては Bethe & Longmire<sup>9)</sup> のポテンシャル

$$V_t = 168 \text{ MeV}$$

$$V_s = 104 \text{ MeV}$$

を使います。

その結果は Fig. 1. のようになります。

此等の結果は，実験誤差の範囲内で実験値とよく合います。

## § 5. 結 論

此のノートは I に引きつづき surface production の考え方の上に立っています。それは  $\pi^\pm$  中間子の平均自由行路に就いて未だ確定的な値が得られていないからです。ここで，core 半径として， $1.2 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm}$  と云う値が用いられていますが，これはそういう値を採つても大きな間違いは起らないと云うだけのことで，そう採らなければならないと云う根拠があつてのものではありません。又此のノートは中性子と陽子の分布が核内で一様であると云うモデルを採つています。こうしたわけで式 (12) によつて考慮された Coulomb 効果は実際の Coulomb 効果を過大評価していると考えられます。

反応を2段階に分けて考えるこのノートでは種々のモードのプロセス —— higher order process —— は全く無視されて来ましたが，計算結果は実験値とよく合っていると云えます。しかしこれは質量数  $A$  が余り大きくない所でのことと， $A$  が大きな値の所では single production の他に multiple production は起らないと云う保障はありません。例えば，Fig. 1. の  $^{203}_{82}\text{Pb}$  の場合に於ける実験値との可成りの差は，この multiple production の可能性を全然無視してしまうことが出来ないと云うことを示めしているかも知れません。

いづれにしても，この論文は陽子——核衝突による  $\pi^\pm$  中間子生成についての一つの解釈を与えたと云うに過ぎません。

$$\frac{d\sigma_A(\pi^+)}{d\sigma_A(\pi^-)}$$

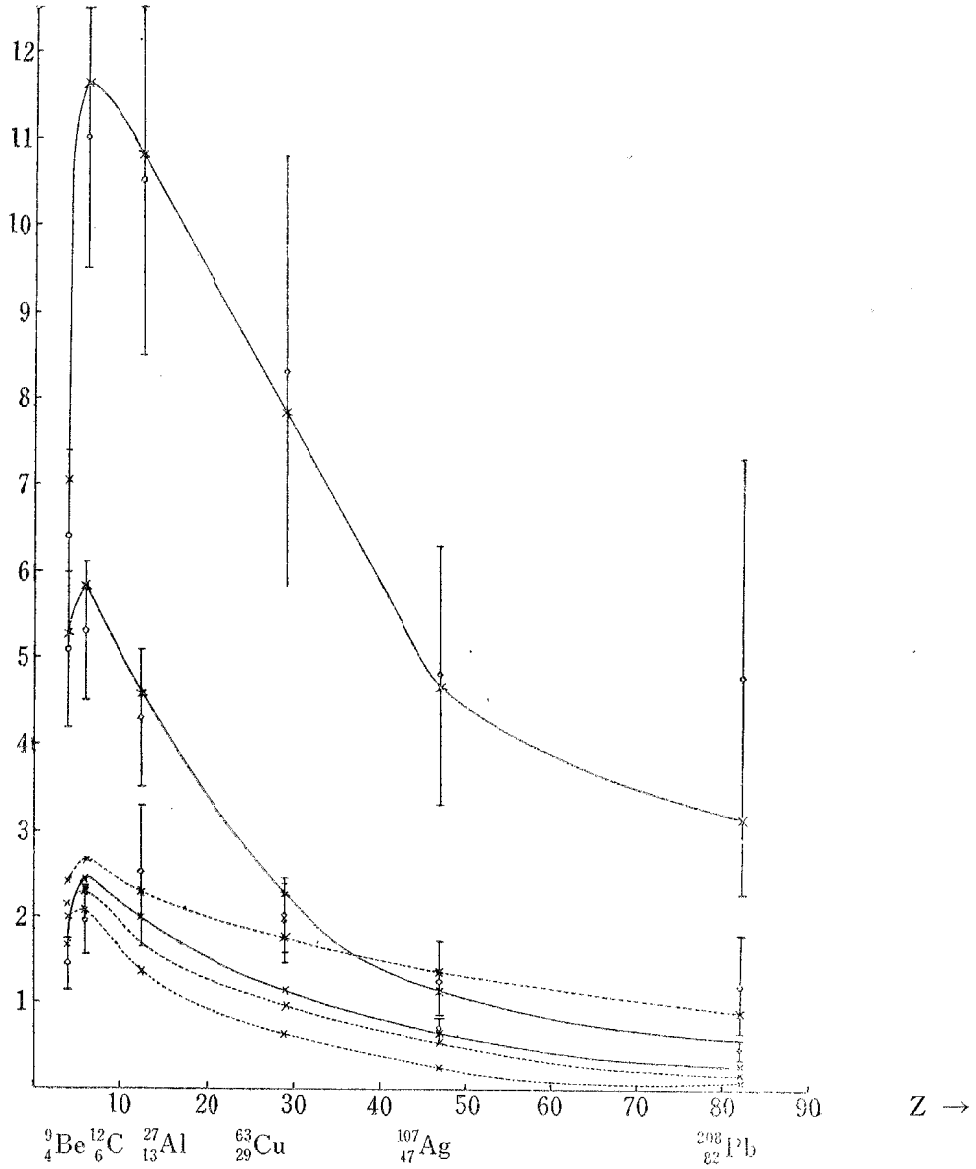


Fig. 1.

- |—○—| 実験値
- ..... Coulomb 効果を考慮に入れた場合の  $d\sigma_A(\pi^+)/d\sigma_A(\pi^-)$
- Coulomb 効果及び final interaction を共に考慮に入れた場合の  $d\sigma_A(\pi^+)/d\sigma_A(\pi^-)$

文 献

- 1) MARSHAK, R. E. : 1952. Meson Physics.
- 2) 水産講習所研究業績 第171号. I として引用. (本誌掲載).
- 3) SAGANE, R., DUDZIAK, W. : 1953. P, R, 92, 212.

- 4) SAGANE, R., DUDZIAK, W. : 1954. P. R. **94**, 725.
- 5) SAGAUE, R. : 1953 P. R. **90**, 1003.
- 6) DUDZIAK, W., SAGANE, R. : 1954. P. R. **93**, 948.
- 7) KINOSHITA, T. : 1954. P. R. **94**, 1331.
- 8) BRUECKUER, K. A. : 1950. P. R. **82**, 598. Appendix.
- 9) BETHE, H. A., LONGMIRE, C. : 1950. P. R, **77**, 647.