

核・核子衝突による π 中間子生成^{*}

柳 瀬 安 生 ・ 植 松 一 郎

π^{\pm} Meson Productions by Nuclei-Nucleon Collision

By

Yasuo YANASE and Ichiro UEMATSU

An estimate has been made of the nuclear production cross section of charged mesons from nuclei, and in particular from surface nucleons, i. e., the weekly interacting nucleons which make up the less dense nucleon atmosphere surrounding the main body of a nucleus, assuming that the cross section for production in two-nucleon collision is known.

It is found that the nuclear production cross section depends on $Z^{2/3}$ as well known experimentally and the energy spectrum is proportional to the momentum distribution in the nucleus.

§ 1. 序 論

原子核に陽子を衝突させることによつて生成する π^{\pm} 中間子の生成断面積が原子番号 Z の $2/3$ 乗の依存性を示めすことは実験的によく知られています¹⁾⁻⁴⁾。このノートは生成中間子のエネルギースペクトルと上述の依存性を説明することを目的としています。入射陽子のエネルギーを350 MeVの程度として見積りますと、波長は $\lambda = 2.3 \times 10^{-14}$ cmとなり、internuclear distance $\sim 2.8 \times 10^{-13}$ cmに比べて充分小さく、impulse近似が充分使いものになる領域であります。ところで核の内部に於て中間子が出来たとしましてもその中間子は互に強いnuclear interactionをしている核子によつて核外に出る迄に其の殆んどが吸収されてしまう可能性があります。それで生成中間子はその大部分のものがsurface productionによつたものであると考え、Butler⁵⁾がphoto-meson productionの場合に考えた様に、核を結果的に見て中間子生成にあづからない部分——core——と、coreの外側——surface nucleons——とから出来ていると云う模型を使います。surface nucleonsはnuclear interactionが弱いのですから殆んど自由であると考え、これにimpulse近似を適用します。其の際P—P及びP—N衝突による π^{\pm} 生成の行列要素は、PS (PV)で良く与えられていると仮定し、Watson & Brueckner⁶⁾及びBrueckner⁷⁾が与えた行列要素を用います。尚衝突後のfinal nuclear interactionはhigher order processですから省略します。

上述の計算の結果、thresholdの近傍を除いて、中間子が放出される特定の角度についての生成スペクトルは衝突される核子の核内に於いての運動量分布に比例することが示めされます。

^{*} 水産講習所研究業績 第171号

§ 2. 行列要素の計算

a) 核子——陽子からの π^{\pm} 生成の行列要素

自由な核子——陽子衝突による π^{\pm} 生成の過程は

$$P + P \rightarrow P + N + \pi^+$$

$$P + N \rightarrow N + N + \pi^+$$

$$P + N \rightarrow P + P + \pi^-$$

で表わされます。之等の過程に対する行列要素は Brueckner⁷⁾ によつて PS (PV) で与えられています。即ち

$$|r|^2 = (G_{\text{III}}^6 / 2M^4 \mu^3) (|q|^2 / \mu^2) \quad (1)$$

ここに M は核子の質量, μ は中間子 π^{\pm} の質量, q はその運動量です。 G_{III} は上記の3つの過程に対し3次の order で夫々

$$G_{\text{III}P-P} = f^2 \{ (f^2 - 2f_4^2)^2 \sin^2 \theta + (f^2 + 2f_3^2)^2 \cos^2 \theta \} \quad (2)$$

$$G_{\text{III}P-N} = f^2 \{ (f^2 - 2f_4^2)^2 \sin^2 \theta + (f^2 + 2f_3^2)^2 \cos^2 \theta \} \quad (3)$$

但し f は対称荷電スピン記法⁸⁾ を用いますと

$$f^{\lambda} \tau^{\lambda} = f_1 \tau_1 + f_2 \tau_2 + f_3 \tau_3 + f_4 \tau_4.$$

であつて, 荷電対称としますと

$$f_1 = f_2 = f / \sqrt{2}.$$

b) 核——陽子からの π^{\pm} 生成の行列要素

Henley⁹⁾ が impulse 近似で核からの π^{\pm} 生成を計算していますので, 彼の記法を用いる事にします。

impulse 近似では π^{\pm} 生成の確率振幅は

$$(G_F, \sum_k^A R_k G_I) \quad (4)$$

に依つて表わされます。但し R_k は2粒子行列であつて, 初期の2核子の運動量を夫々 n_1, n_2 , 終期の中間子及び2核子の運動量を夫々 q, n'_1, n'_2 としますと

$$R_k = (q, n'_1, n'_2 | R | n_1, n_2).$$

G_F, G_I は夫々運動量空間に於いての終期状態及び初期状態の波動関数, k は作用に与かる核内の核子を表わす指数です。

今運動量変数 n , スピン及び荷電スピン変数 ξ をまとめて η で表わす事にしますと, 初期状態の波動関数 G_I は

$$G_I = \frac{1}{\sqrt{A}} \sum_i^A \sum_t^A (-1)^P P_{ik} V_I (\eta_1 \cdots \eta_i \cdots \eta_{k-1} \cdots \eta_{k+1} \cdots \eta_A) \\ \times g_t(\eta_k) \varepsilon(\eta_{A+1}) \quad (5)$$

と表わされます。ここに $V_I(\eta_1 \cdots \eta_i \cdots \eta_{k-1} \cdot \eta_{k+1} \cdots \eta_A)$ は衝突にあづかる表面核子 k を除いた残りの部分の初期状態を表わす反対称関数です。

$\varepsilon(\eta_{A+1})$ は入射粒子の波動関数で一般に平面波として扱われますから、スピン・荷電スピン波動関数 $\varepsilon'(\xi_{A+1})$ を用いて

$$\varepsilon(\eta_{A+1}) = \delta_F(\mathbf{n}_{A+1}) \varepsilon'(\xi_{A+1}) \quad (6)$$

と書かれます。 $g_t(\eta_k)$ は k 番目の核子がポテンシャル V の中で t 状態にある時の1核子波動関数です。ポテンシャル $V(\mathbf{r}_k)$ は $r_k \geq r_0$ (r_0 : coreの半径)で零に限りなく近づくと仮定します。 $(-1)^P P_{ik}$ はターゲット核の反対称性を保証する演算子、 $\frac{1}{\sqrt{A}}$ は規格化因子です。

陽子——核子衝突の場合、入射陽子のエネルギーの大部分は中間子の静止質量となり、終期の3つの粒子の運動エネルギーは相当小さくなります。この運動エネルギーの損失は大きなmomentum transferを伴います。又この事は中間子を生成する衝突が2つの核子が充分近づいた所で行われることを暗示しています。これは中間子を生成する相互作用はshort rangeであると考えてよいことを示めています。momentum transferを \mathbf{p} としますとその範囲は凡そ \hbar/\mathbf{p} のorderです。これは核力のorderより小であります。

陽子——核衝突の場合も生成の相互作用はstrongでそしてshort rangeであります。従つて衝突後の終期の核の励起エネルギーは小さいと云うことが期待されますから、この僅かの励起エネルギーを無視することとしますと、 V_I は初期と終期とで同じに取れる事になりますので、 G_F は

$$G_F = \frac{1}{\sqrt{A}} \sum_j^A (-1)^P P_{jk} V_I(\eta_1 \cdots \eta_j \cdots \eta_{k-1} \cdot \eta_{k+1} \cdots \eta_A) \\ \times \chi(\eta_k, \eta_{A+1}) \quad (7)$$

で表わされます。ここに χ は π^\pm 生成に直接与かつた2核子の終期状態を表わす反対称波動関数です。

従つて行列要素は

$$M = \sum_F |(G_F, \sum_k R_k G_I)|^2 \quad (8)$$

に上記の G_I , G_F を代入して得られます。

ここで V_I に就いてclosure近似を用い、又衝突を受ける核子の最終のスピンについて和を取りますと

$$M = \frac{1}{A} \sum_r^A \langle \eta_1 \cdots \eta'_r \cdots \eta'_{A+1} | \chi^*(\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_{A+1}) \chi(\mathbf{n}'_r, \mathbf{n}'_{A+1}) \\ \times \delta(\xi'_r - \xi_r) \delta(\xi'_{A+1} - \xi_{A+1}) | \eta_1 \cdots \eta_r \cdots \eta_{A+1} \rangle \quad (9)$$

ここに $|\eta_1 \cdots \eta_r \cdots \eta_{A+1}\rangle$ は $\sum_k R_k G_I$ の表示であつて、全ての変数に就いての積分が含まれています。和の中の各項は全く同様なものですから、此の行列要素はその代表で置換える事が出来ます。そうしますと

$$M = \langle \eta_1 \cdots \eta'_A \eta'_{A+1} | \chi^*(\mathbf{n}_A, \mathbf{n}_{A+1}) \chi(\mathbf{n}'_A, \mathbf{n}'_{A+1}) \\ \times \delta(\xi'_A - \xi_A) \delta(\xi'_{A+1} - \xi_{A+1}) | \eta_1 \cdots \eta_A \cdot \eta_{A+1} \rangle \quad (10)$$

次に $V_I(\eta_1 \cdots \eta_{k-1} \cdot \eta_{k+1} \cdots \eta_A)$ を $|\eta_1 \cdots \eta_{k-1} \cdot \eta_{k+1} \cdots \eta_A\rangle$ で表わすことにします。入射陽子と相互作用する表面核子を示めすのに今迄指数 k を使つて来ていますが、その時の R 行列を $R_{k,A+1}$ で表わすことにしますと

$$M = \frac{1}{A} \sum_k \sum_i \sum_j \sum_{k'} \sum_{t'} \langle \eta_1 \cdots \eta_j \cdots \eta_{k'-1} \cdot \eta_{k'+1} \cdots \eta_A | g_t^*(\eta''_k) \varepsilon^*(\eta''_{A+1}) \\ \times R_{k,A+1}^\dagger \chi^*(\mathbf{n}_A, \mathbf{n}_{A+1}) \chi(\mathbf{n}'_A, \mathbf{n}'_{A+1}) \delta(\xi'_A - \xi_A) \delta(\xi'_{A+1} - \xi_{A+1}) \\ \times R_{k,A+1} g_t(\eta''_k) \varepsilon(\eta''_{A+1}) | \eta_1 \cdots \eta_i \cdots \eta_{k-1} \cdot \eta_{k+1} \cdots \eta_A \rangle \quad (11)$$

この行列要素 M は対角要素及び非対角要素を共に含んでいます。断面積にはその中の対角要素が主として利きます。どうしてかと言いますと、 π^\pm 中間子生成の過程に於いての momentum transfer が大きく、従つて反跳された表面核子は核の他の核子の運動量より十分大きな運動量で飛んで行きます。従つて非対角要素は無視して差支えありません。以下対角要素だけについて考察して行きます。

対角要素 M_0 は

$$M_0 = \frac{1}{A} \sum_k \sum_i \sum_t \langle V_I | g_t^*(\mathbf{n}_k) \varphi^*(\xi_k) \varepsilon^*(\xi_{A+1}) R_{k,A+1}^\dagger \delta_p(\mathbf{n}_{A+1} + \mathbf{n}_k) \\ \times \chi^*(\mathbf{n}_{A+1} - \mathbf{n}_k) \delta_p(\mathbf{n}_{A+1} + \mathbf{n}_k) \chi(\mathbf{n}_{A+1} - \mathbf{n}_k) R_{k,A+1} g_t(\mathbf{n}_k) \\ \times \varphi(\xi_k) \varepsilon(\xi_{A+1}) | V_I \rangle \quad (12)$$

となります。但し平面波 $\varepsilon(\eta_{A+1})$ に対して式(6)を用い、又 $\chi(\mathbf{n}_A, \mathbf{n}_{A+1})$ を $\chi(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_{A+1})$ で置きかえ、そして χ の重心系で書き下してあります。 $\varphi(\xi_k)$ は $g_t(\eta_k)$ のスピン・荷電スピン部分です。前と同様に i についての和は各項で全く同じですから、代表をとつて考えますと

$$M_0 = \sum_k \sum_t \langle V_I | g_t^*(\mathbf{n}_k) g_t(\mathbf{n}_k) \varphi^*(\xi_k) \varepsilon^*(\xi_{A+1}) R_{k,A+1}^\dagger \delta_p(\mathbf{n}_{A+1} + \mathbf{n}_k) \\ \times \chi^*(\mathbf{n}_{A+1} - \mathbf{n}_k) \delta_p(\mathbf{n}_{A+1} + \mathbf{n}_k) \chi(\mathbf{n}_{A+1} - \mathbf{n}_k) R_{k,A+1} \varphi(\xi_k) \\ \times \varepsilon(\xi_{A+1}) | V_I \rangle \quad (13)$$

前に述べましたように π^\pm 生成の相互作用は \hbar/p の order の short range で行われ、核子の平均の拡がり \hbar/p より大ですから Watson & Brueckner⁶⁾ の zero range 近似を用いることが出来ます。ここでは π^\pm 中間子を pseudo scalar と仮定していますから、 π^\pm 中間子は優勢的に P 状態に放出され、一方2核子系の終期状態は 1S 或は 3S 状態にあると考えられます。そこで2核子系の終期状態の波動関数 $\chi(\mathbf{n}_{A+1} - \mathbf{n}_k)$ を $\chi_{p'}(0)$ で置換えます。

ここで p' は固有状態, 0は zero range 近似であることを示めます。運動量保存則によりまして M_0 は

$$M_0 = \sum_k^A \int d\mathbf{n}_k \sum_t |g_t(\mathbf{n}_k)|^2 \langle V_I | \varphi^*(\xi_k) \varepsilon'(\xi_{A+1}) | r_{k,A+1} |^2 (2\pi)^{3/2} \\ \times \chi_{p'}(0) |^2 \delta(\mathbf{q} + \mathbf{p}' - \mathbf{p} - \mathbf{n}_k) \varphi(\xi_k) \varepsilon'(\xi_{A+1}) | V_I \rangle \quad (14)$$

となります。ここに $|r_{k,A+1}|$ は前述の2核子衝突に対する行列要素, \mathbf{p}, \mathbf{p}' は夫々初期及び終期の互に相互作用する2核子の全運動量, \mathbf{q} は中間子の運動量, 又 \mathbf{n}_k は衝突を受ける核子の核内に於ける運動量固有ベクトルです。 $|(2\pi)^{3/2} \chi_{p'}(0)|^2$ は既述のように衝突した後S状態にある2核子系の状態から来る量です。終期の核子のエネルギーが充分高ければ

$$|(2\pi)^{3/2} \chi_{p'}(0)|^2 = 1$$

ととる事が出来ます。

核は Z 個の陽子と $(A-Z)$ 個の中性子で構成されています。従つて全ての核スピンの就いて平均をし, 又荷電スピンの就いて和をとりますと, S及びP状態に放出される π^+ に対する行列要素として

$$M_0(\pi^+) = \sum_k^A \int d\mathbf{n}_k \sum_t |g_t(\mathbf{n}_k)|^2 \langle V_I | Z | r_{p-p} |^2 + (A-Z) | r_{p-N} |^2 | V_I \rangle \\ \times |(2\pi)^{3/2} \chi_{p'}(0)|^2 \delta(\mathbf{q} + \mathbf{p}' - \mathbf{p} - \mathbf{n}_k) \quad (15)$$

が得られます。

同様にしてP-N衝突のみで生ずる π^- に対する行列要素は

$$M_0(\pi^-) = \sum_k^A \int d\mathbf{n}_k \sum_t |g_t(\mathbf{n}_k)|^2 \langle V_I | (A-Z) | r_{p-N} |^2 | V_I \rangle \\ \times |(2\pi)^{3/2} \chi_{p'}(0)|^2 \delta(\mathbf{q} + \mathbf{p}' - \mathbf{p} - \mathbf{n}_k) \quad (16)$$

で与えられる事がわかります。

§ 3. 生成微分断面積の計算

a) 自由核子——陽子衝突による中間子生成の微分断面積。これはR行列を用いて表現されます¹⁰⁾。Watson & Brueckner が示めました様に中間子生成は short range の相互作用に依りますから zero range 近似が終期状態にある核子に対して適用されます。運動量及びエネルギー保存によりまして, 微分断面積は式(1)の行列要素を用いて($\hbar = c = 1$)

$$d\sigma_{\substack{p-p \\ p-N}} = \frac{(2\pi)^4}{v_R} |(2\pi)^{3/2} \chi_{p'}(0)|^2 |r_{\substack{p-p \\ p-N}}|^2 \delta(\mathbf{q} + \mathbf{n}'_1 + \mathbf{n}'_2 - \mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2) \\ \times \delta(q_0 + T_F - T_I) d\mathbf{q} dn'_1 dn'_2 \quad (17)$$

で与えられます。 q_0 は中間子のエネルギー, T_F, T_I は夫々終期及び初期状態の核子の運動エネルギーです。 v_R は相互作用する核子の相対速度です。 \mathbf{q} は中間子の運動量, $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2,$

$\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ は夫々初期及び終期状態の2つの核子の運動量です。

b) 核——陽子衝突による π^\pm 生成の微分断面積。対角要素だけが π^\pm 生成に寄与するとして微分断面積は式(8)を用いて ($\hbar = c = 1$)

$$d\sigma_A = \frac{(2\pi)^4}{v_0} \sum_F | (G_F, \sum_k R_k G_I) |^2 \delta(E_F - E_I) d\mathbf{q} d\mathbf{p}' \quad (18)$$

$$d\mathbf{q} = q_0 \mathbf{q} dT d\Omega_q$$

で与えられます。 v_0 は入射陽子と核との相対速度を表わしています。 T は中間子の運動エネルギー、 $d\Omega_q$ は中間子が放出される方向の立体角要素です。

エネルギー保存の条件 $\delta(E_F - E_I)$ は正確には

$$\delta(T_F + q_0 + \bar{B}_F - T_I - B_I) \quad (19)$$

で与えられます。ここで T_F は相互作用する2核子の終期の運動エネルギーであり、 T_I は初期の核が十分に重く静止しているとみなされますから入射陽子の運動エネルギーを表わしています。 B_I, \bar{B}_F は夫々初期状態に於いての核の結合エネルギー及び平均された終期状態での核の結合エネルギーです。

式(14)に於いて

$$\rho(\mathbf{n}_k) \equiv \sum_i |g_i(\mathbf{n}_k)|^2 \quad (20)$$

と置きますと、この $\rho(\mathbf{n}_k)$ は初期の核内に於ける運動量 \mathbf{n}_k の核子の規格化分布関数です。実際生成に与るのは表面核子だけであるとしていますから $r \geq r_0$ の領域だけについて考えて $\rho(\mathbf{n}_k)$ は

$$\rho(\mathbf{n}_k) \equiv \tau \rho'(\mathbf{n}_k, \mathbf{r}_0) \quad (21)$$

とおけます。但し $\rho'(\mathbf{n}_k, \mathbf{r}_0)$ は表面核子の核内に於ける規格化運動量分布関数、 τ は初期の核の核子が半径 r_0 の core の外側に存在する割合を表わします。

さて式(18)に式(15)を代入し M_0 の全ての座標に就いて積分を行い又 \mathbf{n}_k について代表 \mathbf{k} をとりますと、 π^+ 生成に対する微分断面積

$$\frac{d\sigma_A}{d\mathbf{q}}(\pi^+) = \frac{(2\pi)^4}{v_0} \tau \int [Z |r_{P-P}|^2 + (A-Z) |r_{P-N}|^2] | (2\pi)^{3/2} \chi_{p'}(0) |^2 \times \rho'(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{q} + \mathbf{p}' - \mathbf{p} - \mathbf{k}) \delta(E_F - E_I) d\mathbf{k} d\mathbf{p}' \quad (22)$$

が得られます。

Butler⁵⁾によりますと式(21)の τ は

$$\tau \cong \frac{1}{1 + 2/3 \kappa_{AV} r_0} \quad (23)$$

と近似されます。 κ_{AV} は核内の核子の平均されたエネルギーを表わします。但し核を構成している陽子の結合エネルギーは中性子のそれに等しいし、又核子は core 内で一様に分布していると仮定しています。一般に充分に

$$\kappa_{AV} r_0 > 1 \quad (24)$$

です。そこで

$$r_0 = 1.45 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm} \quad (25)$$

としますと

$$\begin{aligned} \tau &\cong \frac{3}{2} \kappa_{AV}^{-1} r_0^{-1} \\ &= 1.04 \times 10^{13} \kappa_{AV}^{-1} A^{-1/3} \end{aligned} \quad (26)$$

となります。

核子—陽子に対する $d\sigma_{P-P}$ 及び $d\sigma_{P-N}$ 即ち式 (17), そして (26) を用いますと微分断面積を表わす式 (22) は

$$\frac{d\sigma_A}{dTd\Omega_q}(\pi^+) = \frac{a}{v_0} A^{-1/3} \int [Z \frac{d\sigma_{P-P}}{dTd\Omega_q} v_R + (A-Z) \frac{d\sigma_{P-N}}{dTd\Omega_q} v_R] \rho'(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (27)$$

$$a = 1.04 (2\pi)^4 10^{13} \kappa_{AV}^{-1}$$

となります。式 (19) で与えられた厳密なエネルギー保存の条件は此等の式の中に含まれています。

P—Pからの π^+ 生成の断面積はP—Nからのその2倍であると考えられます。又 $A \cong 2Z$ と仮定しますと式 (27) は

$$\frac{d\sigma_A}{dTd\Omega_q}(\pi^+) \cong 3 \cdot 2^{-4/3} \frac{a}{v_0} Z^{2/3} \int \frac{d\sigma_{P-P}}{dTd\Omega_q} v_R \rho'(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (28)$$

となります。

π^- 生成はP—N衝突のみによつて行われますから、同様にして

$$\frac{d\sigma_A}{dTd\Omega_q}(\pi^-) = \frac{a}{v_0} A^{-1/3} \int (A-Z) \frac{d\sigma_{P-N}}{dTd\Omega_q} v_R \rho'(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (29)$$

$$\cong 2^{-4/3} \frac{a}{v_0} Z^{2/3} \int \frac{d\sigma_{P-P}}{dTd\Omega_q} v_R \rho'(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (30)$$

を得ます。

更に π^+ 生成と π^- 生成の比は対角要素だけを考慮し $d\sigma_{P-P} = 2d\sigma_{P-N}$ とおきますと (27) と (29) とより

$$\frac{d\sigma_A(\pi^+)}{d\sigma_A(\pi^-)} = \frac{Z + \frac{A-Z}{2}}{\frac{A-Z}{2}} = \frac{A+Z}{A-Z} \quad (31)$$

となります。

§ 4. 結 論

中間子生成に与からない core と中間子生成に関与する表面核子との2部分に核を分ける模

型を使つて、 π^\pm の生成断面積が $Z^{2/3}$ の依存性を持つことが示めされました。

又、生成中間子が飛び出す特定の角度についてのエネルギー・スペクトルは threshold の近傍を除いて衝突を受ける核子の核内に於ける運動量分布に比例することが示めされました。

しかし、核から中間子が生成される時、実は核の Coulomb barrier が利きますから、その影響を考慮しなければなりません。此の場合 π^+ は加速され、 π^- は減速されます。 π^+ 生成と π^- 生成との比に就いての式 (31) の結果はこの Coulomb 効果を考慮に入れない衝突したその点に於いての値ですから、観測を行う核外での実験値と比べるにはこの Coulomb 効果を入れて計算を行う必要があります。

この計算は今後続けられます。

文 献

- 1) SAGANE, R., DUDZIAK, W. : 1953. P. R. **92**, 212.
- 2) SAGANE, R., DUDZIAK, W. : 1954. P. R. **94**, 755.
- 3) SAGANE, R. : 1953. P. R. **90**, 1003.
- 4) DUDZIAK, W., SAGANE, R. : 1954. P. R. **93**, 948.
- 5) BUTLER, S. T. : 1952. P. R. **87**, 1117.
- 6) WATSON, K. M., BRUECKNER, K. A. : 1951. P. R. **83**, 1.
- 7) BRUECKNER, K. A. : 1951. P. R. **82**, 598.
- 8) CASE, K. M. : 1949. P. R. **76**, 1.
- 9) HENLEY, E. M. : 1952. P. R. **85**, 204.
- 10) MØLLER, C. : 1945. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Mat-fys. Medd **23**, 1.