

$Li^6(He^3, p)Be^8$ の角分布*

柳 瀬 安 生

The Angular Distributions of $Li^6(He^3, p)Be^8$

By

Yasuo YANASE

A model of the Li^6 nucleus consisting of an alpha particle plus a deuteron is used to calculate angular distributions of the $Li^6(He^3, p)Be^8$ reaction for several bombarding energies under the assumption that it is the stripping process of the bound deuteron. The shapes of the calculated angular distributions are similar to those of the experimental data; however, there is a lack of agreement between experiment and theory at low energies. This discrepancy is probably due to the omission of Coulombs interaction between He^3 and Li^6 target.

§1. ま え お き

原子核反応を理論的に取扱う場合に摂動がゆるされるか否か、は充分疑問であるが、Butler理論も Born 近似で導出され得た現在、摂動論的取扱いに一抹の不安はあるが、充分使いものになると仮定する。尤も higher order 迄摂動展開が許されるとは場の理論でさえ考えられていない事である。従つてここでの摂動も order の低いものに限つておく。核反応の場合摂動的取扱いで最初に現われる項は direct process で、それから後に indirect process が現われることは、悉知の事実である。所で実験の方では reaction products の角分布測定の際充分後方迄 data をとれるようになった結果として、例えば最近九大で行なわれた。¹⁾ $N^{14}(d, n)O^{15}$ の角分布を眺めて見ると、前方に出ている山の約3倍近い山が後方にも現われている。この場合入射粒子は deuteron であるから、direct process として stripping process を考えると、前方の山は説明出来る。(定性的な話)。が後方の大きな山は direct process としては説明出来ない、従つて indirect process とすると、摂動的取扱いが可能である以上前方の山より高い山が生ずることは考え難い。結局、後方の高い山を説明するには干渉としてか、或は、何か新しい target の構造に depend する反応過程を考えねばならないだろう。斯様に現在の核反応理論は未だ実験 data の解釈に終始している状態である。従つて核反応の理論で何か新しい反応過程を導入することによつて、実験 data をうまく説明出来るものが見つかれば、その反応過程に基いて、核の構造をしらべて行くのと確かに一方法である。

$Li^6(He^3, p)Be^8$ の実験 data²⁾ による後と方に peak が現われている。此の peak を説

※ 水産講習所研究業績 第222号

明する試みとして、ここでは Li^6 の性質を考慮した一つの model ——即ち α 粒子のまわりに deuteron が廻っている、と考える——採用して計算を行つて見ることにする。計算結果は §4. に示されている様に定性的には実験的角分布を充分説明していると思われる。但し、此の計算に於いて、Spin は角分布をそうひどく変えるとは考えられないので省略し、Coulomb's interaction は計算が面倒になるので無視した、従つて 3 Mev 以下の data は Coulomb's interaction が大きくと考えられる領域であるので計算値に合わないのが当然である。

§2. model と座標

Li^6 の性質³⁾

- 1). (r, d) , (r, n) , (r, p) 及び (r, He^3) の threshold energy は夫々 1, 47, 5.8, 4.8, 及び 25 Mev である。このことから Li^6 は deuteron と α 粒子とに分離し易い。
- 2). Li^6 の Spin と deuteron の Spin とは同じで 1 である。
- 3). Li^6 の magnetic moment と deuteron の magnetic moment とはほぼ相等しい。此のことから、 Li^6 の模型としてが α 粒子に束縛されていると考えたとき、 S 状態が dominant と考えて差支えないと思える。
- 4). $\alpha-d$ 散乱の結果と consistent である。
- 5). Li^6 の level scheme は $\alpha-d$ model で計算して定性的に説明され得る。

以上のことから Li^6 の model として α 粒子が core となつて、そのまわりに deuteron が S 状態で束縛されていると考える。此の S 状態に束縛されている deuteron が He^3 と衝突し、中性子が一個 He^3 にはぎとられ、 He^4 は core の α 粒子に束縛され、 Be^8 を作り、残つた陽子が外へ飛び出す、という機構で $Li^6 (He^3, p) Be^8$ の reaction を考える。此の際 deuteron と He^3 が reaction にあづかるのであるから、compound を通しての過程は考える必要はないだろう。

上述の機構で reaction を取扱うに先立ち、重心系での座標を導入しておく。

\mathbf{r} : Li^6 の core である α 粒子の重心から測つた bound deuteron の重心迄の位置 vector.

\mathbf{s} : incident He^3 の重心から bound deuteron の重心に引いた位置 Vector.

\mathbf{u} : bound deuteron の構成粒子である陽子から相手の中性子迄引いた位置 Vector.

とすると、 Li^6 の重心から incident He^3 迄引いた位置 Vector は $(\frac{2}{3}\mathbf{r} - \mathbf{s})$ となり、 Be^8 の重心から出て行く陽子の重心迄の位置 Vector は $(\frac{\mathbf{r}}{2} + \frac{3}{8}\mathbf{s} - \frac{9}{16}\mathbf{u})$ となる。但しこの際、核子の質量は全て M とし、核の mass defect は全て無視した。

§3. 断面積の計算

微分断面積に対する Born 近似は、上述の核反応の場合、次式で与えられることは明らかである⁴⁾

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (2\pi\hbar^2)^{-2} M_{He}^* M_p^* \left(\frac{k_p}{k_{He}}\right) |\langle \phi_f | V | \phi_i \rangle|^2 \quad (1)$$

$$\text{但し, } \phi_i = z_{He} z_{\alpha c} \phi(u) \phi(r) \exp[\mathbf{k}_{He} \cdot (\frac{2}{3}\mathbf{r} - \mathbf{s})] \quad (2)$$

$$\phi_f = z_{Be} \exp[i\mathbf{k}_p \cdot (\frac{\mathbf{r}}{2} + \frac{3}{8}\mathbf{s} - \frac{9}{16}\mathbf{u})] \quad (3)$$

\mathbf{k}_p は Center of mass system での proton の wave Vector, \mathbf{k}_{He} は He³ の wave vector で, M_{He}^* , M_p^* は夫々 He³, 陽子の換算質量で $2M$, $\frac{8}{9}M$ である。(2), (3) は夫々初, 終状態の波動函数で, z_{He} , $z_{\alpha c}$, z_{Be} 及び ϕ は夫々 He³, Li⁶ の core α 粒子, Be⁸ 及び Li⁶ の重陽子の内部波動函数, ϕ は Li⁶ core と deuteron の相対運動の波動函数である。

相互作用 V として上述の核反応に最も大きな寄与を与える考えられる He³ と中性子との相互作用だけを採用することにする。従つて

$$V \equiv V_{n, He} \quad (4)$$

次に Be⁸ の α 模型を考えて見ると, α 粒子間の binding energy は 0.09 Mev で大變 loosely bound なので計算の簡単化の爲め 0 binding と見做すことにする。すると matrix element は

$$\begin{aligned} \langle \phi_f | V_{n, He} | \phi_i \rangle &= \int z_{\alpha} z_{\alpha c} \exp[-i\mathbf{k}_p \cdot (\frac{\mathbf{r}}{2} + \frac{3}{8}\mathbf{s} - \frac{9}{16}\mathbf{u})] V_{n, He} z_{He} z_{\alpha c} \phi(u) \phi(r) \\ &\times \exp[i\mathbf{k}_{He} \cdot (\frac{2}{3}\mathbf{r} - \mathbf{s})] d\xi' d\xi dr du ds \end{aligned} \quad (5)$$

但し ξ' , ξ は夫々 He³ 及び Li⁶ の core α 粒子の内部座標である。Li⁶ の core について closure 近似を用いると(5)式は次の様になる。

$$\begin{aligned} \langle \phi_f | V_{n, He} | \phi_i \rangle &= \int d\xi' du ds z_{\alpha}(\xi', \mathbf{s}, \mathbf{u}) \exp[-i\mathbf{k}_p \cdot (\frac{3}{8}\mathbf{s} - \frac{9}{16}\mathbf{u})] V_{n, He} \\ &\times z_{He}(\xi') \phi(u) \exp[-i\mathbf{k}_{He} \cdot \mathbf{s}] \int d\mathbf{r} \phi(r) \exp[i(\frac{2}{3}\mathbf{k}_{He} - \frac{1}{2}\mathbf{k}_p) \cdot \mathbf{r}] \end{aligned} \quad (6)$$

ここで, $\mathbf{s} + \frac{1}{2}\mathbf{u} = \mathbf{t}$ として変数 \mathbf{u} , \mathbf{s} を \mathbf{u} , \mathbf{t} に変換すると, $V_{n, He}$ は \mathbf{t} だけの函数と考えられるから, (6)式は

$$\begin{aligned} \langle \phi_f | V_{n, He} | \phi_i \rangle &= \int d\xi' \left\{ du z_{He}(\xi') \phi(u) \exp[i\mathbf{u} \cdot (\frac{3}{4}\mathbf{k}_p + \frac{1}{2}\mathbf{k}_{He})] \times \int d\mathbf{t} \right. \\ & z_{\alpha}(\xi', \mathbf{t}) V_{n, He}(\mathbf{t}) \exp[-i(\frac{3}{8}\mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{He}) \cdot \mathbf{t}] \left. \right\} \times \int d\mathbf{r} \phi(r) \exp[i(\frac{2}{3}\mathbf{k}_{He} - \\ & \frac{1}{2}\mathbf{k}_p) \cdot \mathbf{r}] \end{aligned} \quad (7)$$

となる。 $V_{n, He}$ は He³ と中性子の間に作用して α 粒子を作る interaction であるから, 次の Schrodinger 方程式を用いて, Binding energy part と Kinetic energy part とに変換出来る。

$$\left(\frac{2}{3} \frac{\Delta}{M} - B_{He, n}\right) z_{\alpha} = V_{n, He} z_{\alpha} \quad (8)$$

但し $B_{He, n}$ は He³ と neutron で α 粒子を構成する際の Binding energy である。従つて

matrix element は

$$\begin{aligned} \langle \psi_f | V_{n, He} | \psi_i \rangle = & - \left[\frac{2}{3} \frac{\hbar^2}{M} \left(\frac{3}{8} \mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{He} \right)^2 + B_{He, n} \right] \int d\xi' d\mathbf{t} z_{He}(\xi') \\ & \times z_\alpha(\xi', \mathbf{t}) \exp \left[-i \left(\frac{3}{8} \mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{He} \right) \cdot \mathbf{t} \right] \int d\mathbf{u} \phi(u) \exp \left[i \left(\frac{3}{4} \mathbf{k}_p + \frac{1}{2} \mathbf{k}_{He} \right) \right. \\ & \left. \cdot \mathbf{u} \right] \times \int d\mathbf{r} \phi(r) \exp \left[i \left(\frac{2}{3} \mathbf{k}_{He} - \frac{1}{2} \mathbf{k}_p \right) \cdot \mathbf{r} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

となる。

ここで deuteron の wave function として S wave だけをとる

$$\phi(u) \equiv \sqrt{\frac{z}{2\pi}} \frac{e^{-xu}}{u} \quad (10)$$

をとると

$$\int d\mathbf{u} \phi(u) \exp \left[i \left(\frac{3}{4} \mathbf{k}_p + \frac{1}{2} \mathbf{k}_{He} \right) \cdot \mathbf{u} \right] = \frac{\sqrt{8\pi z}}{z^2 + \frac{9}{16} k_p^2 + \frac{1}{4} k_{He}^2 + \frac{3}{4} k_p k_{He} \cos \Theta} \quad (11)$$

となる。但し Θ は \mathbf{k}_{He} と \mathbf{k}_p のなす角である。

次に、 α 粒子は binding が相当強いので、 $z_\alpha(\xi', \mathbf{t})$ として

$$z_\alpha \equiv z_{He}(\xi') \cdot \left(\frac{2a}{\pi} \right)^{\frac{3}{4}} e^{-a\mathbf{t}^2} \quad (12)$$

なる型をとれば、 $z_{He}(\xi')$ に closure 近似を用いることにより

$$\begin{aligned} \int d\xi' d\mathbf{t} z_{He}(\xi') z_\alpha(\xi', \mathbf{t}) \exp \left[-i \left(\frac{3}{8} \mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{He} \right) \cdot \mathbf{t} \right] &= \left(\frac{2\pi}{a} \right)^{\frac{3}{4}} \exp \left[-\frac{1}{4a} \right. \\ & \left. \times \left| \frac{3}{8} \mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{He} \right|^2 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

となる。最後に $\phi(r)$ として簡単の為に deuteron と同じ型

$$\phi(r) \equiv \sqrt{\frac{k}{2\pi}} r^{-1} e^{-kr} \quad (14)$$

を取ることにすれば

$$\int d\mathbf{r} \phi(r) \exp \left[i \left(\frac{2}{3} \mathbf{k}_{He} - \frac{1}{2} \mathbf{k}_p \right) \cdot \mathbf{r} \right] = \frac{\sqrt{8\pi k}}{k^2 + \left| \frac{2}{3} \mathbf{k}_{He} - \frac{1}{2} \mathbf{k}_p \right|^2} \quad (15)$$

となり、matrix element の計算は出来たことになる。

結局、differential cross section は(9), (10), (13), (15)を(1)式に入れて

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & \left(\frac{16M}{3\hbar^2} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{z k k_p}{k_{He}} \right) \left[\frac{2}{3} \frac{\hbar^2}{M} \left| \frac{3}{8} \mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{He} \right|^2 + B_{He, n} \right]^2 \\ & \times \left\{ \left[k^2 + \left| \frac{2}{3} \mathbf{k}_{He} - \frac{1}{2} \mathbf{k}_p \right|^2 \right] \cdot \left[z^2 + \left| \frac{3}{4} \mathbf{k}_p + \frac{1}{2} \mathbf{k}_{He} \right|^2 \right] \right\}^{-2} \\ & \times \exp \left[-\frac{1}{2a} \left| \frac{3}{8} \mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{He} \right|^2 \right] \end{aligned} \quad (16)$$

となる。ここで energy relation によつて $|\mathbf{k}_p|^2$ と $|\mathbf{k}_{He}|^2$ の関係を求めればよいことになる。

今 lab. system での He^3 の bombarding energy を E_i とすると、center of mass

system での available energy ε_i は

$$\varepsilon_i = \frac{2}{3} E_i \quad (17)$$

で与えられる。従つて final state での channel energy ε_f は

$$\varepsilon_f = \varepsilon_i + Q \quad (18)$$

で与えられる。但し Q は reaction の Q Value で、此の場合は、 $Q=16.72$ Mev. である。

(18)式を wave vector で表わすと

$$\frac{9}{16} \frac{\hbar^2}{M} |\mathbf{k}_p|^2 = \frac{1}{4M} |\mathbf{k}_{He}|^2 + Q \quad (19)$$

従つて(17)と(19)より

$$|\mathbf{k}_p|^2 = \frac{4}{9} |\mathbf{k}_{He}|^2 + \frac{16M}{9\hbar^2} Q \quad (20)$$

$$|\mathbf{k}_{He}|^2 = \frac{8}{3\hbar^2} ME_i \quad (21)$$

を得る。

数値計算の際には、尚 k , π , 及び a の値が必要であるが k と x は

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{8M\varepsilon}{3}} = 0.32 \times 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad (22)$$

但し $\varepsilon = 1.55$ Mev (α 粒子と deuteron の binding energy).

$$x = \frac{1}{\hbar} \sqrt{M\varepsilon_d} = 0.23 \times 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad (23)$$

を採用し、 a は He^3 と中性子とで α 粒子を構成する際の結合エネルギーが比較的、大きい故それ等の間には Oscillator potential が作用していると仮定して差支えないと考えられ、Oscillator potential の場合には、運動エネルギーの大きさは、絶対値で比較すると、位置エネルギーの大きさと、平均値に於て丁度 $\frac{1}{2}$ 倍となる⁵⁾ 事から決定出来て

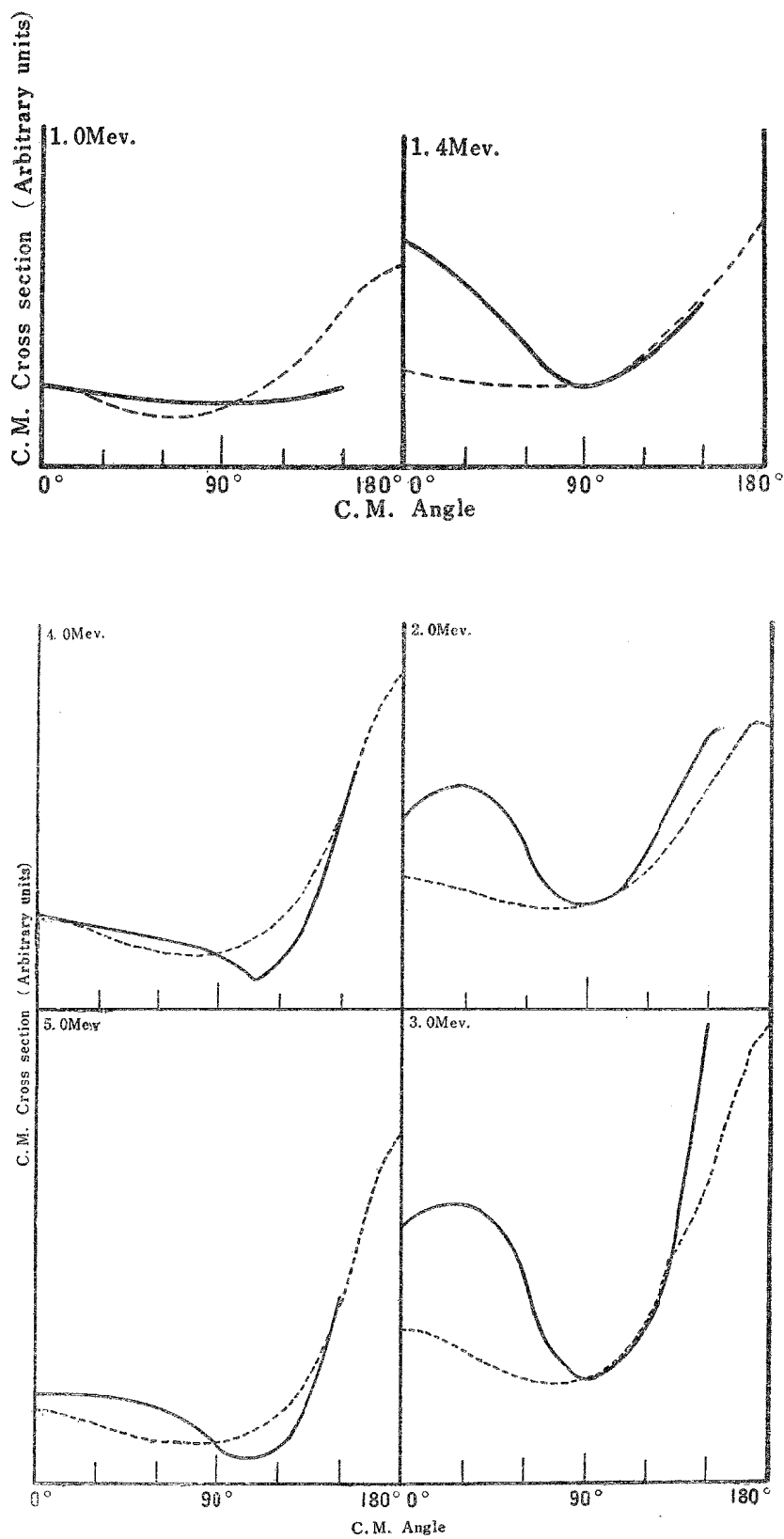
$$a = \frac{B_{He, n} M}{2\hbar^2} = 0.247 \times 10^{26} \text{ cm}^{-2}$$

となる。

Bombarding energies 1, 1.4, 2, 3, 4 及び 5 Mev に対して計算された角分布は次の図で示される。

§4. あとがき

計算値と実測値とを比較すると、4 Mev 以上では、傾向は大体合っている。然し min の位置が計算値の方は少し前方、このことは、Coulomb interaction を無視した為めであらう⁶⁾。又 3 Mev 以下では、この reaction の場合、Coulomb 山が大体 3.3 Mev になるので、Coulomb を無視した理論が合わないのは当然であらう。4 Mev 以上に於いても、small angle が少しく喰違つているようだが、この事は、出て行く陽子として target の構成粒子だけを考えたからで、 He^3 から陽子が飛び出す可能性がある筈で、それを考慮すると、良くなるだろう。前者だけをここで考えた理由は、結合エネルギーを比較すると、前者の場合の方が起り易いと考えられる事と、此処では主として後方の角分布を説明するのが目的である事による。尚、計算を出来るだけ簡単にす為め、波動函数を外側の型で近似したが、このことによる補



Angular distributions of protons from the $\text{Li}^6 (\text{He}^3, \text{p}) \text{Be}^9$ reaction. Solid curve: Experimental results of Schiffer et al. Dashed curve: Theory.

正は大勢に影響はないと思われる。

結論として言えることは、 $Li^6 (He^3, p) Be^8$ の反応は、Compound nucleus を通さなくても説明出来る。 Li^6 の model として $\alpha + d$ 模型は reaction の場合もかなり良い model である。

最後に、この仕事に就いて色々討論して下さった、九大の江口氏、佐大の島内氏をはじめ本所物理科の諸先生方に感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 原子核研究 (実験篇) II. 2号 1956.
- 2) SCHIFFER, J. P. et al. : 1956. *Phys. Rev.* **104**, 1064.
- 3) LAURITSEN, et al. : 1953. *Phys. Rev.* **92**, 1501.
LYONS, D. H. : 1957. *Phys. Rev.* **105**, 936.
- 4) DABROWAKI and SAWICKI. : 1954. *Nuovo Cimento*, **12**, 293.
- 5) TALMI, I. : 1952. *Helv. Phys. Acta*, **25**, 185.
- 6) TOBOCMAN, I. W. and M. H. KALOS. : 1954. *Phys. Rev.* **97**, 132.